

REPREZENTAREA AȘTRILOR. METODE ȘI APARATE LA ÎNCEPUTURILE ASTRONOMIEI. ASTROLABUL PLAN ȘI PROIECȚIA STEREOGRAFICĂ (PARTEA I-a)

I. Considerații generale.

Este greu de spus când și unde s-a născut Astronomia. Fiecare grup social sau popor a creat-o sub forma cea mai apropiată de nevoile sale și de tipul său de intelect.

O anume protoastronomie, constând, de exemplu, din numărarea răsăriturilor sau apusurilor de soare dintre două luni pline, sau cunoașterea succesiunii anotimpurilor mai importante, la latitudinile la care acestea există, precum și succedarea aparițiilor Luceafărului, a trebuit să existe aproape pretutindeni, încă din cele mai vechi timpuri.

Deși este inexact să se vorbească despre știință în epoca preistorică, în schimb este prezentă, încă de atunci, acea curiozitate pentru cunoașterea lucrurilor din natură, care constituie una din caracteristicile principale ale spiritului științific. Datorată, desigur, doar unor practici utilitare sau cu caracter magic, și, foarte puțin cunoscută din lipsă de piese scrise, această etapă, consideră G. Lefebvre¹, este esențială deoarece a pus bazele bogatei înfloriri care a avut loc odată cu apariția primelor civilizații consemnate de istorie, cele din valea Nilului și a Eufratului de la începutul mileniului al III-lea.

II. Primele reprezentări. Megaliticul.

Descoperirile arheologice de pe întreaga suprafață a planetei stau mărturie a interesului timpuriu, permanent și inteligent al omului pentru bolta cerească. Desigur, Soarele și Luna au jucat rolul principal în existența ființei umane încă de la începuturile ei. Un rol nu mai puțin important, dacă este să ne gândim numai la navigația pe mare, l-au avut însă și stelele precum și grupările acestora în constelații.

În megalitic, primii observatori ai cerului au gravat în piatră constelații ușor de recunoscut cum sunt Carul Mare, Carul Mic sau Pleiadele. Fiecare stea era reprezentată printr-o mică adâncitură scobită în piatră (stânca dela Pierre-Folles, La Filouziere, Franța). Tot în Franța sunt semnalate alte câteva zeci de astfel de reprezentări în special în Vandee și Bretagne.

Neoliticul aduce o explozie de interes pentru astronomie. Agricultura presupunând un calendar, fie el și aproximativ, necesitatea observării cerului se impune. Mai mult, practicarea agriculturii a făcut necesară împărțirea și previziunea timpului: ciclul anual (anul ce reglează succesiunea anotimpurilor, respectiv determinarea a ceea ce numim azi an tropic), anotimpurile, propriu zise, sau perioadele lunare. Aceste împărțiri erau legate de pozițiile și momentele de răsărit sau de apus ale astrilor, în principal ale Soarelui (solstițiile de vară și de iarnă) sau de răsăriturile și apusurile heliace (adică odată cu soarele) ale anumitor constelații sau stele (Pleiadele, Sirius etc.).

Ca urmare cerul devine, pentru omul neoliticului, o parte importantă a vieții sale, și deci, și a riturilor religioase.

III. Noțiunea de sferă cerească.

Fiecare loc își are propria sa sferă cerească. Deplasându-se spre răsărit sau apus, observatorul vede grupările de stele rămânând aceleași, în timp ce mergând de-a lungul unui meridian îi apar alte constelații în direcția deplasării. Toate bolțile cerești se contopesc într-o singură sferă numită sferă cerească, o reprezentare foarte utilă în fixarea pozițiilor astrilor. Din cauză că obiectele se pot vedea până la o distanță anumită, pretutindeni unui observator i se pare că toți aștri se află la aceeași distanță, pe o sferă aparentă, cu centrul în locul de observație și cu o rază nedefinită, numită boltă cererască.

Raza sferei cerești este nedefinită, dar suficient de mare, încât raza pământului să fie considerată neglijabilă față de ea, și deci Pământul să poată fi reprezentat printr-un punct.

¹ G. Lefebvre, *Știința egipteană*, în *Istoria generală a științei*, sub redacția lui R. Taton, 1970, p.23

IV. Civilizația grecilor.

a. Principiul proiecției stereografice.

Încercările vechilor greci de a proiecta sfera pe un plan au avut ca rezultat și descoperirea proiecției stereografice, atribuită de Synesios din Cirene lui Hipparch (sec. II B.C.), unul dintre cei mai mari astronomi ai antichității. De altfel o propoziție din prima carte a *Conicelor* lui Apollonius pregătește această descoperire. Acest tip de proiecție, care presupune un observator plasat în punctul "V" numit și "punct de vedere", și care privește spre nord sfera cerească proiectând-o pe planul ecuatorului ceresc, vede un punct "M" ce descrie conturul unei constelații în "M1", care descrie la rândul său pe planul de proiecție o figură de aceeași formă, figură ce are proprietatea că păstrează unghiurile dar micșorează distanțele². Descoperită cu aproximativ 150 de ani înainte de Christos, proiecția stereografică l-a dus pe Hipparch la construirea faimosului "astrolab plan", numit de asemenea și "instrument universal" datorită nenumăratelor utilizări pe care le avea³ (fig.1).

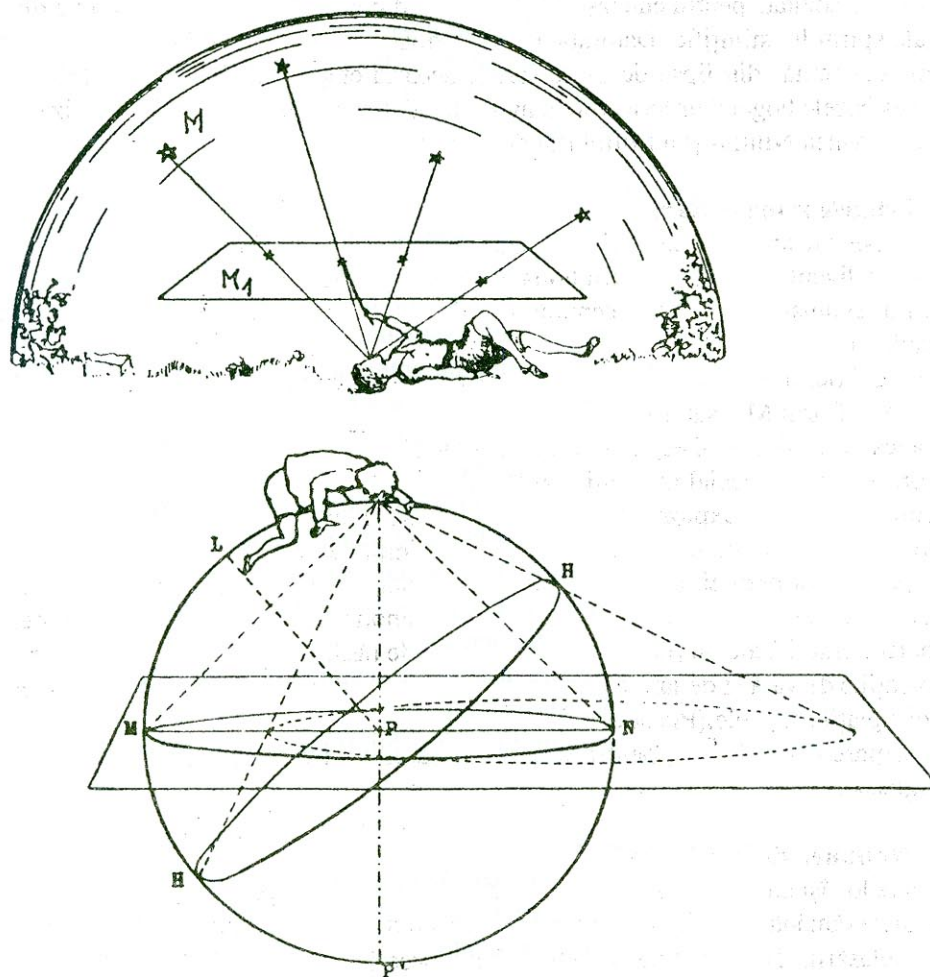


Fig. 1. Principiul proiecției stereografice după Hipparchos
(reproducere după H. Michel, *Traite de l'Astrolab*, Paris, 1947)

² T. Abramescu, *Curs de astronomie*, 1923.

³ René Taton, *Istoria generală a științei*, vol. I, *Știința antică și medievală*, București, 1970, p. 345

Astrolabul plan, respectiv proiecția stereografică, au fost utilizate chiar și la orologiile hidraulice ale vremii. Orologiul denumit "ANAFORIC", cu cadran compensator, avea pe cadranul învârtitor o proiecție stereografică după Hipparc a cerului pe planul ecuatorului, polul P coincidând cu axa de rotație a discului. Pe cadranul fix se aflau proiecția stereografică a orizontului, arce diurne, toate circulare, precum și curbele orare ale zilei⁴.

Două din cele mai mari personalități ale astronomiei antichității și-au legat numele de aceste descoperiri. Ele sunt:

Hipparchos. (190 - 125 B.C.), considerat ca cel mai mare astronom al antichității. A întocmit un tabel al coardelor (dublu sinus) din jumătate în jumătate de grad, a descoperit proiecția stereografică și de aici astrolabul plan, a măsurat oblicitatea eclipticii la valoarea de $23^\circ 51' 20''$, a măsurat înclinația pe ecliptică a orbitei lunare la 5° , a întocmit un catalog stelar din care a observat ca în 150 de ani longitudinile stelare au crescut cu 2° deci cu $48''$ pe an (față de catalogul lui Arristile (295 - 269 B.C.) în care steaua Spica din Fecioara avea 8° longitudine la echinocțiul de toamnă, el găsește doar 6°). A concluzionat corect că punctul vernal este cel care se deplasează, de unde precesia echinocțiilor. Este considerat fondatorul astronomiei științifice.

Ptolemeu. Deși nu se cunosc prea multe date despre viața lui, în afară de faptul că și-a făcut observațiile la Alexandria în perioada anilor 127 - 151, activitatea lui Ptolemeu ne este cunoscută din operele sale ajunse la noi prin traduceri latine sau arabe. Între cele mai importante sunt: *Compoziția matematică* sau *Almagesta*, o sinteză a astronomiei antice, *Tetrabiblia*, canon de astrologie elenistică, precum și *Fazele stelelor fixe*, un fel de calendar al răsăritului și apusului aștrilor, asemănător vechilor parapegme ale asirienilor. Vom reda în cele ce urmează o serie de elemente de calcul din aparatul matematic al proiecției stereografice, după *Planisfera* marelui astronom.

b. Planisfera lui Ptolemeu⁵

Nu există în prezent un text grec al acestei lucrări, ci doar o traducere latină a unui text arab ce aparține unui autor numit *Maslem*, despre care nu se cunoaște aproape nimic.

Este posibil să se reprezinte pe un plan toate cercurile unei sfere. Iată, după *Planisfera* lui Ptolemeu, maniera în care se trasează aceste diferite cercuri (fig. 2).

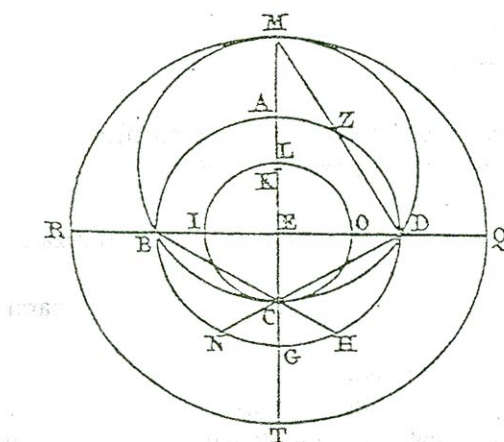


Fig.2. Determinarea proiecției stereografice a celor două tropice după *Planisfera* lui Ptolemeu.

Descriem cercul echinocțial ABGD, în jurul centrului E, cu diametrele AG și BD care se întâlnesc în unghi drept; E reprezintă polul septentrional; diametrul AG reprezintă meridianul; BD echinocțiile; planul de proiecție va fi cercul ABGD, iar ochiul observatorului va fi plasat în polul austral al lumii. **Acest tip de proiecție este cunoscut în epoca noastră modernă sub numele de proiecție stereografică.**

c. Proiecția stereografică a celor două Tropice.

Pentru a marca cele două tropice vom prelungi (fig.2), diametrul AG de o parte și de cealaltă; măsurăm apoi de o parte și de cealaltă a punctului G arcele GN și GH = $23^\circ 51' = \omega$. Rezultă că DZ și $DH = 90^\circ - \omega$, iar $DZ + DH = 180^\circ - 2\omega$, $GH + GN = 2\omega$ și $NDH = 1/2 (2\omega) = \omega$; am notat DN ce întâlnește

⁴ Vitruvius, *De Architectura*, cap. VII și IX

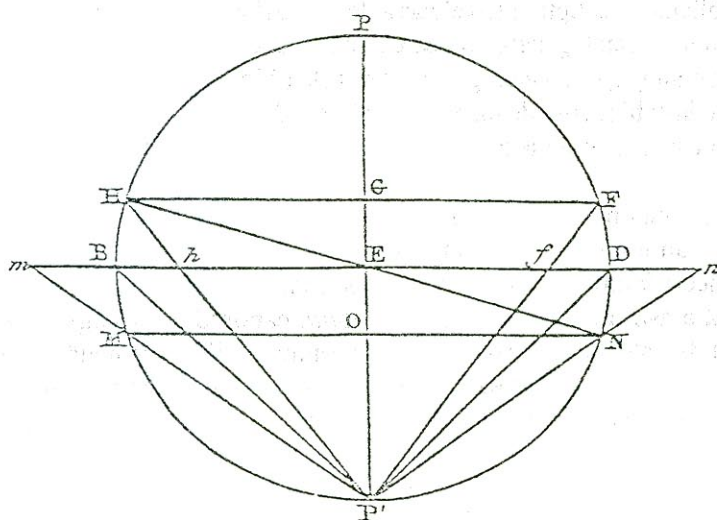
⁵ J. Delambre, *Histoire de l'Astronomie Ancienne*, New-York, 1965.

în C diametrul AG, și DZM ce întâlnește în M același diametru.

Din punctul E, cu o rază egală cu EC, trasăm cercul LOCI, și, din același centru, cu raza EM, cercul MQTR; cele două cercuri reprezintă tropicele pe planul ecuatorului ABGD.

Împărțim în două părți egale în K linia CM, și cu o rază $KM = KC$ descriem cercul MDCBM; acesta va reprezenta cercul oblic al eclipticii.

În continuare, Ptolemeu spune că el marchează pe cercul CDMB "începutul" (originea - n.n.) oricăror "semne" sau grade; dar aceste semne sau grade care pe sferă sunt egale, pe cercul CDMB devin inegale.



Este interesant de văzut cum cei vechi au ajuns să înțeleagă că cercurile de pe sferă sunt, pe planisferă, tot cercuri (fig.3). Toate coardele, P'B și P'D, trasate din polul austral la toate punctele ecuatorului, formează un con drept cu înălțimea EP', raza sferei; ecuatorul este baza acestui con. În continuare, Ptolemeu arată că toate coardele pornite din P' pe Tropicul Cancerului formează un con drept cu înălțimea egală cu GEP', care este egal la rândul său cu:

Fig.3. Proiecțiile stereografice ale celor două tropice sunt cercuri; demonstrație după *Planisfera* lui Ptolemeu.

$$\begin{aligned} GEP' &= 1 + \sin \omega = 1 + \cos PH = 2 \cos (PH/2) = 2 \cos (90 - \omega)/2 = \\ &= 2 \cos (45 - \omega/2) = 2 \sin (45 + \omega/2); \end{aligned}$$

în plus $PH = \text{coarda } (90 + \omega) = 2 \sin (45^\circ + \omega/2)$

În conul HP'F, imaginăm secțiunea hf paralelă cu baza; cercul descris cu hEf ca diametru, reprezintă tropicul HGF; deci tropicul va fi reprezentat de cercul cu raza hE, unde :

$$hE = \tan PH/2 = \tan (90 - \omega)/2 = \tan (45 - \omega/2)$$

Ptolemeu spune: "Luați BH = ω ; duceți P'H, care întâlnește BD în h și Eh va fi raza cercului vostru"

Pentru celălalt tropic, al Capricornului, vom avea de asemenea un con cu baza mn, paralelă cu MN, care va avea o rază EM egală cu:

$$EM = \tan PM/2 = \tan (90 + \omega)/2 = \tan (45 + \omega/2) = \cot (45^\circ - \omega/2)$$

Ptolemeu duce BM = HB și trasează P'Mm, care va întâlni prelungirea lui EB în m. Raza Tropicului Capricornului va fi deci Em, un cerc mai mare decât ecuatorul, deoarece mB este o cantitate pozitivă.

V. Proprietățile proiecției stereografice.

Proiecțiile stereografice se bucură, între altele, de următoarele proprietăți:

1. Dacă două linii de pe sferă formează un unghi oarecare, proiecțiile stereografice ale acestor linii formează același unghi; rezultă că o constelație oarecare de pe cer își păstrează pe planul de proiecție aceeași configurație.

2. Proiecția stereografică a unui cerc de pe sferă, este tot un cerc, al cărui centru este proiecția stereografică a vârfului conului tangent la sferă, în lungul cercului considerat.

3. Când planul unui cerc trece prin *punctul de vedere V*, proiecția lui stereografică este o linie dreaptă.

Aceste proprietăți vor fi utilizate, așa cum vom arăta în partea a II-a a lucrării, la construcția în antichitate a unor aparate astronomice remarcabile.

FLORIN C. STĂNESCU

**DIE REPRESÄNTIERUNG DER STERNE. METHODEN UND APPARATTE
IN DER ZEIT DER ANFÄNGE DER ASTRONOMIE.
DAS ASTROLAB (I)**

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit hat vor zwei Modalitäten vorzuführen in der der Mensch die unendlichen Räume der Natur, die Himmelsphäre und die Bewegungen der Sterne im Megalitikum und dann in der Zeit der griechischen Zivilisation repräsentiert hat. Das Prinzip der stereographischen Projektion wie auch einige mathematische Aspekte dieser antiken Methode die von Hipparchos entdeckt wurde, werden hier vorgeführt. Die Arbeit wiedergibt die originellen graphischen Methoden von Claudius Ptolemaeus, die er in seinem berühmten Werk *Die Planisphäre* für die Determinierung der stereographischen Projektion der beiden Wendekreise, der Wendekreis des Krebses und der Wendekreis des Steinbocks, benützt hatte.

VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

- Abb.1 a, b: Das Prinzip der stereographischen Projektion nach Hipparchos (Nachbild nach H.Michel, *Traite de l'Astrolab*, Paris, 1947).
- Abb.2: Die Determinierung der stereographischen Projektion der beiden Wendekreise nach der *Plansphäre* Ptolemeus.
- Abb.3 Die stereographischen Projektion der beiden Wendekreise sind Kreise: Demonstration nach der *Plansphäre* Ptolemeus.